

SKOLPORTENS NUMRERADE ARTIKELSERIE
FÖR UNDERVISNING, LÄRANDE OCH LEDARSKAP

MATEMATISKA RESONEMANG I SKRIFTLIG FORM PÅ GYMNASIENIVÅ

En aktionsforskningsstudie
inom ramen för IFOUS program
Lärares praktik och profession

FÖRFATTARE:

Maria Edin



SKOLPORTEN

LEDA & LÄRA

1/2020

SAMMANFATTNING

EN AV DE FÖRMÅGOR som elever förväntas utveckla inom ämnet matematik på gymnasiet är att föra matematiska resonemang och uttrycka sig i skrift med ett korrekt matematiskt språk. Mina erfarenheter efter 15 år som matematiklärare på gymnasiet är att många elever har svårigheter med detta. Aktionsforskning har använts som metod för att undersöka om användningen av stödstrukturer i undervisningen kan förbättra elevernas förmåga att kommunicera sina skriftliga resonemang i kursen Matematik 1a. Stödstrukturen är tänkt att hjälpa eleverna att strukturera sina lösningar och ange formler, kända storheter, korrekta enheter och korrekt formelhantering. Eleverna har fått undervisning om hur stödstrukturen ska användas och de har även fått använda mallar att skriva i. Studien har visat att stödstrukturen har hjälpt eleverna att utveckla sin förmåga att skriftligt kommunicera sina resonemang då elevernas lösningar blir mer strukturerade och tydliga.

Maria Edin är lärare i matematik, kemi och teknik på NTI Gymnasiet i Luleå.
E-post: maria.edin@ga.ntig.se

Denna artikel har den 3 mars 2020 accepterats för publicering i Skolportens numrerade artikelserie för utvecklingsarbete i skolan. Artikeln har granskats av en forskare som ingår i Skolportens granskargrupp.

Fri kopieringsrätt i ickekommersiellt syfte för kompetensutveckling eller undervisning i skolan och förskolan under förutsättning att författarens namn och artikelns titel anges, samt källa: Skolportens artikelserie. I övrigt gäller copyright för författaren och Skolporten AB gemensamt.

Denna artikel är publicerad i Skolportens artikelserie Leda & Lära:
www.skolporten.se/forskning/utveckling/

Aktuella Författaranvisningar & Skrivregler:
www.skolporten.se/forskning/skolutveckling/skolportens-utvecklingsartiklar/

Vill du också skriva en utvecklingsartikel? Mejla till redaktionen@skolporten.se

INNEHÅLL

| | |
|--|----|
| SAMMANFATTNING | 3 |
| INNEHÅLL | 5 |
| INLEDNING | 7 |
| SYFTE OCH FRÅGESTÄLLNING | 9 |
| METOD OCH GENOMFÖRANDE | 11 |
| Empirisk metod | 11 |
| Urval och bearbetning av material..... | 13 |
| RESULTAT | 15 |
| DISKUSSION | 19 |
| REFERENSLISTA | 21 |
| BILAGA | 23 |
| Datainsamling 1..... | 23 |
| Datainsamling 2..... | 23 |
| Datainsamling 3..... | 23 |
| Datainsamling 4 | 24 |

INLEDNING

FORSKNING- OCH UTVECKLINGSPROGRAMMET “Lärares praktik och profession” startades 2018 av fyra skolhuvudmän i samarbete med forskare från Göteborgs universitet och Ifous. Ett av FoU-programmets syften är att vidareutveckla ett långsiktigt och forskningsbaserat kollegialt arbetssätt där lärare formulerar och löser sina egna problem med avsikten att stärka elevers lärande och utveckling. Aktionsforskning som metod är grunden för FoU-programmet och denna metod kan beskrivas som en spiral där läraren först ställer sig en fråga kring sin egen praktik och formulerar en frågeställning som har ett tydligt fokus på vad läraren själv kan förändra i sin undervisning, för att uppnå förbättrat lärande för eleverna. Därefter planeras en aktion som genomförs och dokumenteras – det kan handla om ren datainsamling så som enkäter, intervjuer eller elevlösningar, men även observationer i klassrummet och lärarens loggboksanteckningar. Sedan analyseras det insamlade materialet och läraren kan reflektera och utvärdera aktionen och gå in i nästa varv i spiralen, där nya frågor kan ställas och nya aktioner genomförs. (Rönnerman, 2012). Även om frågorna kommer från läraren och ställs kring hur läraren kan förändra sin praktik, handlar det i förlängningen om att hitta nya arbetssätt för att stötta elevernas lärande.

Mina erfarenheter efter 15 år som matematiklärare på gymnasiet är att många elever har svårigheter i att kommunicera sina lösningar och redovisa sina resonemang när de löser problem, därför blev detta min utgångspunkt. Frågan är hur jag kan förändra min undervisning och ta hjälp av en stödstruktur för att elever ska kunna förbättra sin kommunikation vid problemlösning. Den aktion som presenteras i denna artikel handlar om mitt arbete med att utarbeta en stödstruktur (se Figur 1) som eleverna fick lära sig att arbeta med och använda i enklare problemlösningssuppgifter.

Matematiken som skolämne har som syfte att ge eleverna förutsättningar att utveckla sju olika förmå-

gor: att beskriva begrepp, att använda procedurer, problemlösning, modellering, resonemang, kommunikation samt anknytning till andra ämnen (Skolverket, 2017). Inom denna undersökning ligger fokus på att föra matematiska resonemang och att kommunicera dessa i skrift vid enklare problemlösning kopplat till formelhantering. I kunskapskraven uttrycks dessa förmågor på E-nivå som att:

*Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och med **enkla** omdömen värdera egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, enkel skrift och handling **med inslag av** matematiska representationer (Skolverket 2017).*

En enkel litteraturgenomgång har gjorts med fokus att hitta ett urval av forskning som berör kommunikation, resonemang och stöttor i undervisningen. Bentley och Bentley (2016) beskriver hur elever ofta har uppfattningen att redovisningen av en lösning till ett problem är ointressant och att bara svaret är av intresse. De menar att detta är orsaken till att elever ofta hoppar över väsentliga delar i sina resonemang och att kommunikationen därmed blir bristfällig. Vidare hävdar de att eleverna måste få träna på detta, och att ett sätt att göra det kan vara att läraren ger eleverna återkoppling på deras lösningar med ett särskilt fokus på hur de olika delarna i uppgiften har kommunicerats, t.ex. om varje steg har beskrivits fullständigt och om de presenteras i lämplig ordning och hänger logiskt samman. Eleverna behöver alltså få träna på att föra logiska resonemang och att kommunicera detta med ett korrekt matematiskt språk.

Tängdén och Wallner (2003) skriver om hur det matematiska språket skiljer sig från vardagsspråket och konstaterar att elever, när de inte bemästrar det matematiska språket, får problem såväl när de ska beskriva begrepp som när de ska resonera och kommunicera. De poängterar att lärare måste bidra med goda ex-

empel och själva hela tiden använda de matematiska begreppen och det matematiska språket på ett tydligt och korrekt sätt. Lärare behöver hela tiden göra tydliga kopplingar mellan det matematiska och det vardagliga språket och det finns en poäng med att ha särskilda övningar som fokuserar just på användningen av det matematiska språket i kommunikationen av lösningar.

Hattie, Fisher och Frey (2017) använder begreppen strukturerad respektive dialogisk modell för undervisning. I den dialogiska undervisningsmodellen är fokus problemlösning och klassrumssamtal. Den strukturerade modellen beskriver istället en undervisning där eleverna lär sig av att få se tydliga exempel, öva på liknande exempel och få återkoppling vid behov – här handlar det om att läraren tydliggör för eleverna hur de ska arbeta och visar genom modellering. Ett samspel mellan båda modellerna ger undervisning av hög kvalitet. Författarna resonerar även kring begreppen ytlärande och djuplärande. De menar att ytlärandet kan ses som att ge eleverna en verktygslåda, vilket till exempel kan bestå av strategier för problemlösning. När eleverna får tillgång till en verktygslåda kan de på sikt börja använda dessa verktyg på egen hand och författarna menar då att det blir en fråga om djuplärande, vilket innebär att eleverna har förstått begrepp och metoder och när de kan användas även i nya sammanhang.

Anghileri (2006) lyfter fram begreppet “scaffolding” (stöttor), vilket handlar om hur elevers lärande kan stötts på olika sätt, för att de på sikt ska nå större säkerhet och självständighet. Hon talar om olika nivåer av stöttor, där nivå 1 handlar om fysiska stöttor, vilket kan vara arbetsblad och mallar att arbeta med. På nivå 2 handlar stöttorna till större del av direkta interaktioner mellan lärare och elev och ett sätt att arbeta med denna typ benämns som parallell modellering, där läraren visar exempel på tavlan som eleverna sedan kan utgå ifrån.

Pfannenstiel, Bryant, Bryant & Porterfield (2015) har skrivit en artikel om elever med matematikproblem och inlärningssvårigheter och hur dessa ofta saknar kognitiva strategier att ta till vid problemlös-

ning. De menar att kognitiva strategier är viktiga för att eleverna ska kunna hålla ordning på informationen i en uppgift och få en metod för att lösa ett problem, och i förlängningen också uppnå en bättre förståelse av problemet. Den strategi de presenterar är anpassad för yngre barn, men det är rimligt att anta att även gymnasieelever kan behöva hjälp med strategier för att komma vidare och utvecklas inom problemlösning. Lärarna har undervisat om strategin genom att visa många exempel för eleverna vid ett flertal tillfällen, vilket kan ses som det Anghileri (2006) kallar parallell modellering. De menar vidare att elever uppvisar stor nytta av att få tillgång till mycket tydliga instruktioner om tillvägagångssätt för att lösa problem. Studien genomförd av Pfannenstiel et. al. (2015) visade att elever som använt strategin klarade att lösa problem både snabbare och säkrare vid läsarets slut än elever som inte gjort det.

Alter (2012) har genomfört en studie med fokus att få elever med stora svårigheter i matematik att förbättra sin förmåga till problemlösning. Eleverna fick tillgång till en färdig struktur att arbeta efter, en steg-för-steg-procedur som involverade åtta steg att använda vid problemlösning. Även här inleddes med att lärare/forskare gick igenom strategin och undervisande om hur den används genom att lösa en uppgift. Därefter fick eleven möjlighet att lösa ett liknande problem då de använde strategin, och här gav läraren/forskaren korrigerande feedback vid behov. Längre fram i studien gav läraren/forskaren delvis strategitips, muntlig återkoppling och korrigerande feedback ibland. Studien resulterade i att alla deltagande elever förbättrade sina förmågor att lösa problem.

Den inlästa litteraturen visar att någon typ av kognitiv strategi till exempel i form av en stödstruktur, ihop med undervisning kring densamma, kan hjälpa elever vid problemlösning. Stöttor på både nivå 1 och nivå 2 enligt Anghileris (2006) beskrivning har använts. Stödstrukturen och mallarna som används har fokus på att stötta elevernas kommunikation (nivå 1) och undervisning kring hur dessa ska användas har skett genom att läraren löser exempel på tavlan tillsammans med eleverna (nivå 2).

SYFTE OCH FRÅGESTÄLLNING

SYFTET MED STUDIEN är att undersöka om användningen av stödstrukturer i undervisningen kan förbättra elevernas förmåga att kommunicera sina skriftliga resonemang när de löser matematiska problem. I det här sammanhanget betyder elevernas förmåga att kommunicera sina skriftliga resonemang att de kan redovisa och motivera sina lösningar på ett tydligt och strukturerat sätt.

Frågeställningen lyder: Hur kan en stödstruktur för problemlösning hjälpa elever att utveckla sin förmåga att i skrift kommunicera sina resonemang?

Studien syftar även till att beskriva hur undervisningen med stödstrukturen kan läggas upp, samt att diskutera vilken betydelse det har för elevernas lärande att ha en stödstruktur att tillgå.

METOD OCH GENOMFÖRANDE

EMPIRISK METOD

AKTIONSFORSKNINGENS ARBETSMODELL HAR använts och denna artikel presenterar en aktion som har genomförts under 8 lektionstillfällen under höstterminen 2019. Elevgruppen bestod av 19 elever i kursen Matematik 1a och datainsamling skedde vid fyra tillfällen, se Tabell 1.

Som datainsamlingsmetod valdes att samla in elevlösningar till utvalda problem (vilka presenteras i Bilaga 1), då detta bör kunna ge en bild av elevernas förmåga att kommunicera sina resonemang och därmed besvara studiens frågeställning.

Den stödstruktur som använts visas i Figur 1 och har tagits fram inför denna studie. Det som här avses som förmåga att kommunicera sina resonemang handlar om att eleverna bör:

- ★ ange formeln, och i aktuella fall dess namn (t.ex. Ohms lag: $U=R*I$)
- ★ ange kända storheter
- ★ ange korrekta enheter, eventuellt även enhetsomvandlingar
- ★ visa sin formelhantering (att bryta ut ur formeln eller att sätta in i formeln och lösa den ekvation som uppstår)
- ★ ange korrekt enhet i svaret

För att få ett utgångsmaterial för vidare jämförelser, gjordes den första datainsamlingen utan att eleverna fick mer instruktioner än att de skulle “visa hur de räknade”. Efter Datainsamling 1 fick eleverna gemensam feedback där ett par elevlösningar och deras fördelar samt förbättringsområden lyftes fram. Eleverna fick nu även tillgång till egna laminerade exemplar av stödstrukturen, se Figur 1.

FIGUR 1: DEN STÖDSTRUKTUR SOM ANVÄNTS I STUDIEN ÄR KONSTRUERAD AV FÖRFATTAREN.

Stödstruktur problemlösning med formel

1. Skriv upp formeln
 $A=b*h$
2. Skriv upp vad du vet
 $b = 2 \text{ m}$
 $h = 20 \text{ cm}$
3. Vid behov, omvandla så du har korrekta enheter:
 $b = 2 \text{ m}$
 $h = 20 \text{ cm} = 0,20 \text{ m}$
4. Genomför dina beräkningar
 $A = 2 * 0,2 = 0,4 \text{ m}^2$
5. Kontrollera så du har markerat svaret tydligt och har med enhet!

Därefter hade eleverna en lektion med repetition inför ett prov på kursens första delmoment, där formelhantering med problemlösning var ett delområde. Eleverna fick ha tillgång till stödstrukturen vid provtillfället men på grund av ett missförstånd fick de inte använda miniräknare (ordinarie lärare var inte närvarande vid provtillfället). Därmed var det svårt för flera elever att lösa vissa delar av uppgiften. Bedömningen

TABELL 1: ÖVERSIKT ÖVER AKTIONEN OCH DESS AKTIVITETER OCH DATAINSAMLINGAR.

| Lektion | Vecka | Aktivitet | Datainsamling |
|---------|-------|---|-----------------|
| 1 | 38 | Förstudie. Arbete i par med problemlösningssuppgifter. | Datainsamling 1 |
| 2 | 39 | Feedback utifrån förstudien. Genomgång och utdelning av stödstrukturen. Exempel på hur stödstrukturen kan användas går igenom på tavlan. | |
| 3 | 40 | Prov på kursens första delmoment där problemlösning med formelhantering är ett delområde. | Datainsamling 2 |
| 4 | 42 | Feedback efter provet, i grupp samt individuellt. Samtal om vikten av att arbeta mer aktivt med stödstrukturen. | |
| 5 | 45 | Undervisning om hur stödstrukturen ska användas. | |
| 6 | | Undervisning om hur stödstrukturen ska användas. | Datainsamling 3 |
| 7 | 46 | Undervisning om vikten av enhetsomvandlingar och skillnaden mellan enheter och storheter. Därefter arbete med problemlösningssuppgifter ur boken med hjälp av stödstrukturen. | |
| 8 | | Arbete med problemlösningssuppgifter på stencil där lösningar ska skrivas på vanligt rutigt papper. | Datainsamling 4 |

gjordes utifrån den ansats till lösning de gjort. Två av provets uppgifter samlades in för analys – Datainsamling 2.

Därefter följde tre lektioner som byggde på en tydlig undervisning om hur stödstrukturen skulle användas. Eleverna fick ett arbetsmaterial med problemlösningssuppgifter. De hade tillgång till stödstrukturen, men fick även en mall med rubriker enligt stödstrukturen och med plats för att skriva sina lösningar i. Samtliga tre lektioner inleddes med att jag tillsammans med eleverna löste den första uppgiften på tavlan och eleverna uppmanades att skriva av lösningen. Den andra uppgiften löstes delvis tillsammans i helklass, men eleverna fick först prova själva. Därefter fick eleverna arbeta självständigt med uppgifterna. Fokus var på hur lösningen skulle presenteras och hur stödstrukturen och mallen kunde hjälpa till med det. I slutet av den tredje av dessa lektioner fick eleverna lösa två uppgifter som samlades in – Datainsamling 3.

Efter Datainsamling 3 fick eleverna både indi-

viduell feedback kopplat till deras kommunikation, men även gemensam feedback som berörde skillnaden mellan storheter och enheter samt vikten av att genomföra korrekta enhetsomvandlingar. Det visades också på två olika tänkbara strategier för att lösa denna typ av problem, och som uppkommit bland insamlat datamaterial:

- ★ **Strategi 1:** Börja med formelhantering och bryt ut den sökta storheten. Sätt därefter in kända storheter och genomför beräkningarna.
- ★ **Strategi 2:** Sätt in alla kända storheter i den ursprungliga formeln och läs därefter den ekvation som uppstår för att räkna ut den sökta storheten.

Det poängterades att båda strategierna är funktionella och likvärdiga. Därefter fick eleverna jobba med uppgifter ur matteboken som handlar om formelhante-

ring. Vid aktionens sista lektionspass fick eleverna ett arbetsmaterial med uppgifter att lösa med hjälp av stödstrukturen, men denna gång fick de ingen mall

att skriva i, utan skulle skriva sina lösningar självständigt – Datainsamling 4.

URVAL OCH BEARBETNING AV MATERIAL

INSAMLADE ELEVLÖSNINGAR HAR scannats in och sorterats per elev för att användas för vidare analys. Ett urval gjordes där det första kriteriet var att eleven varit närvarande vid alla tillfällen för datainsamling och i huvudsak vid alla tillfällen som aktionen genomförts. Det andra urvalskriteriet berörde elevens utgångsläge, där de elever valdes ut som i förstudien, Datainsamling 1, visat brister i struktur och formelhantering. Detta resulterade i åtta elevers lösningar som studerades närmare för att se om deras förmåga att i skrift kommunicera sina resonemang vid pro-

blemlösning hade utvecklats. De elevlösningar som presenteras i denna artikel är renskrivna för att inte någon elev ska kunna identifieras.

För att åskådliggöra vilka delar som fanns med i elevernas lösningar upprättades en tabell som fylldes i för varje elev, och sedan sammanställdes för alla elever för att undersöka eventuella mönster, se Tabell 2. Gråmarkerade rutor innebär att den aspekten inte var aktuell i den specifika uppgiften. Elevernas lösningar jämfördes därefter och några representativa lösningar har valts ut för presentation.

RESULTAT

OMRÅDET SOM BEHANDLADES under aktionen var problemlösning med hjälp av formler och formelhantering, det har handlat om till exempel användning av Ohms lag och sambandet mellan sträcka, tid och hastighet. Alla uppgifter i sin helhet presenteras i Bilaga 1.

I Figur 2 presenteras två typiska elevlösningar från Datainsamling 1. Dessa elever visar korrekta beräkningar, men det finns inga motiveringar till dem. Enheter anges endast i svaren och en enhet är dessutom felaktig i Figur 2a. Av de åtta utvalda eleverna är det ingen som i detta läge skriver upp formlerna eller anger ingående storheter på ett tydligt sätt. Endast två av eleverna har i vardera en uppgift använt enheter i sina beräkningar.

Vid Datainsamling 2 har eleverna fått tillgång till stödstrukturen och har vid en lektion fått en genom-

gång av hur den ska användas. Det visar sig att två elever nu anger den formel de ska använda och fyra elever skriver upp de kända storheterna med korrekta enheter, se Figur 3. Tre elever sätter också in rätt siffror i formeln. Ingen elev lyckas däremot lösa uppgiften fullt ut då de av misstag saknade tillgång till miniräknare.

Därefter gick aktionen in i ett mer aktivt undervisande skede. Eleverna fick undervisning om hur de kan skriva sina lösningar i en mall med hjälp av stödstrukturen. Detta fick de öva på vid tre lektionstillfällen och i slutet av det tredje tillfället sker Datainsamling 3. Två uppgifter väljs ut för denna datainsamling, den första handlar om sambandet mellan sträcka, tid och hastighet, vilket tycks vara ett välkänt samband för eleverna. Här visar alla åtta utvalda elever att de kan använda stödstrukturen då de anger formel, anger

FIGUR 2A-B: EVELÖSNINGAR FRÅN DATAINSAMLING

1. NOTERA I FIGUR 2B ATT ELEVEN ENDAST DELVIS ANVÄNDER ENHETER I SIN UTRÄKNING.

• $80 \cdot 3,5 = 280 \text{ km}$
• $2,5 \cdot 60 = 150 \text{ km}$

• $0,6 \text{ l} \cdot 20 = 12,2 \text{ l}$
• $120 \text{ l} / 4 = \underline{30 \text{ s}}$

FIGUR 3A-B: EVELÖSNINGAR VID DATAINSAMLING 2.

ELEVERNA HAR TILLGÅNG TILL STÖDSTRUKTUR, MEN INTE TILL MINIRÄKNARE.

$\frac{U}{R} = I$
 $\frac{230}{1500} =$

Tid: 23 minuter
Sträcka: 5,6 km
 $5,6 \text{ km} = 23 \text{ min} \cdot ?$

FIGUR 4A-B: EVELÖSNINGAR VID DATAINSAMLING 3, DEN ENA OM SAMBANDET STRÄCKA-TID-HASTIGHET (FIGUR 4A), DEN ANDRA OM SAMBANDET MELLAN ENERGI OCH EFFEKT (FIGUR 4B).

Formel: $s = v \cdot t$

Känt (dubbelkolla enheter): $v = 12 \text{ km/h}$
 $t = 20 \text{ min} = 0,33 \text{ h}$

Beräkningar: $s = v \cdot t = 12 \cdot 0,33 = 3,96 \text{ km}$

Tydligt svar, med enhet: *Hon har 3,96 km*

Formel: $E = P \cdot t$

Känt (dubbelkolla enheter): $E = 1,6 \text{ kWh}$
 $t = 20 \text{ min} = 0,33$ (enhets-omvandling)

Beräkningar: $P = \frac{E}{t} = \frac{1,6}{0,33} = 4,8 \text{ kW}$

Tydligt svar, med enhet: *Effekten blir 4,8 kW*

FIGUR 5A-B: EVELÖSNINGAR VID DATAINSAMLING 4. NOTERA MISSAD ENHETSOMVANDLING I FIGUR 5B.

$U = R \cdot I$

$I = 280 \text{ mA} = 0,28 \text{ A}$ (enhetsomvandling)

$U = 10 \text{ V}$

$R = \frac{U}{I} = \frac{10}{0,28} = 36 \Omega$

Svar: *36 Ohm*

Ohms lag $U = R \cdot I$

$U = 10$ $I = 280 \text{ mA}$

$\frac{10}{280} = \frac{R \cdot 280}{280}$

$0,03571 \cdot 280 = 9,99$

$9,99 \approx 10$

Svar = $R = 0,03571$

kända storheter med korrekta enheter, genomför enhetsomvandlingar och visar tydligt sina beräkningar med svar i korrekta enheter, se Figur 4a. Den andra uppgiften berör sambandet mellan energi och effekt. Några elever gör misstaget att blanda ihop energi och effekt. Sex av eleverna löser uppgiften på ett tydligt och väl motiverat sätt, se Figur 4b.

Slutligen kommer det skede då eleverna ska gå över till att hantera strukturen helt självständigt och bara ha stödstrukturen vid sidan av som stöd för arbetet. Även om strukturen nu blir rörigare för vissa elever, så anger de flesta eleverna såväl den ursprungliga som den omvandlade formeln innan de gör sina beräkningar, se Figur 5a. En elev väljer istället att sätta in siffror i den ursprungliga formeln för att sedan lösa problemet vidare utifrån den ekvation som uppstår, se Figur 5b. Denna elev missar dock enhetsomvandlingen och får därmed inte korrekt svar, men ansatsen är korrekt och strukturen tydlig och lätt att följa med i.

För att ytterligare tydliggöra progressionen som har framträtt hos eleverna visas två elevers utveckling i Figur 6. Elev A går från att bara ange siffror till att skriva upp formler redan vid datainsamling 2, emellertid misslyckas eleven där med formelhanteringen. Vid datainsamling 3 och 4 använder eleven formlerna korrekt, gör korrekta enhetsomvandlingar och löser uppgifterna på ett sätt som tydligt visar hur eleven resonerat. Elev B anger bara siffror vid datainsamling 1 och löser ingen av uppgifterna vid datainsamling 2. Denna elev visar sedan större tydlighet i datainsamling 3 och 4 där hen anger formel och kända variabler, inklusive korrekta enhetsomvandlingar. Elev B gör korrekt formelhantering men kommunicerar inte fullt ut lika tydligt som Elev A. Det går här att urskilja en ökad tydlighet i båda elevernas kommunikation.

Liksom Elev A och Elev B i Figur 6 har övriga sex utvalda elever förbättrat sina förmågor till att kommunicera sina matematiska resonemang. Detta resul-

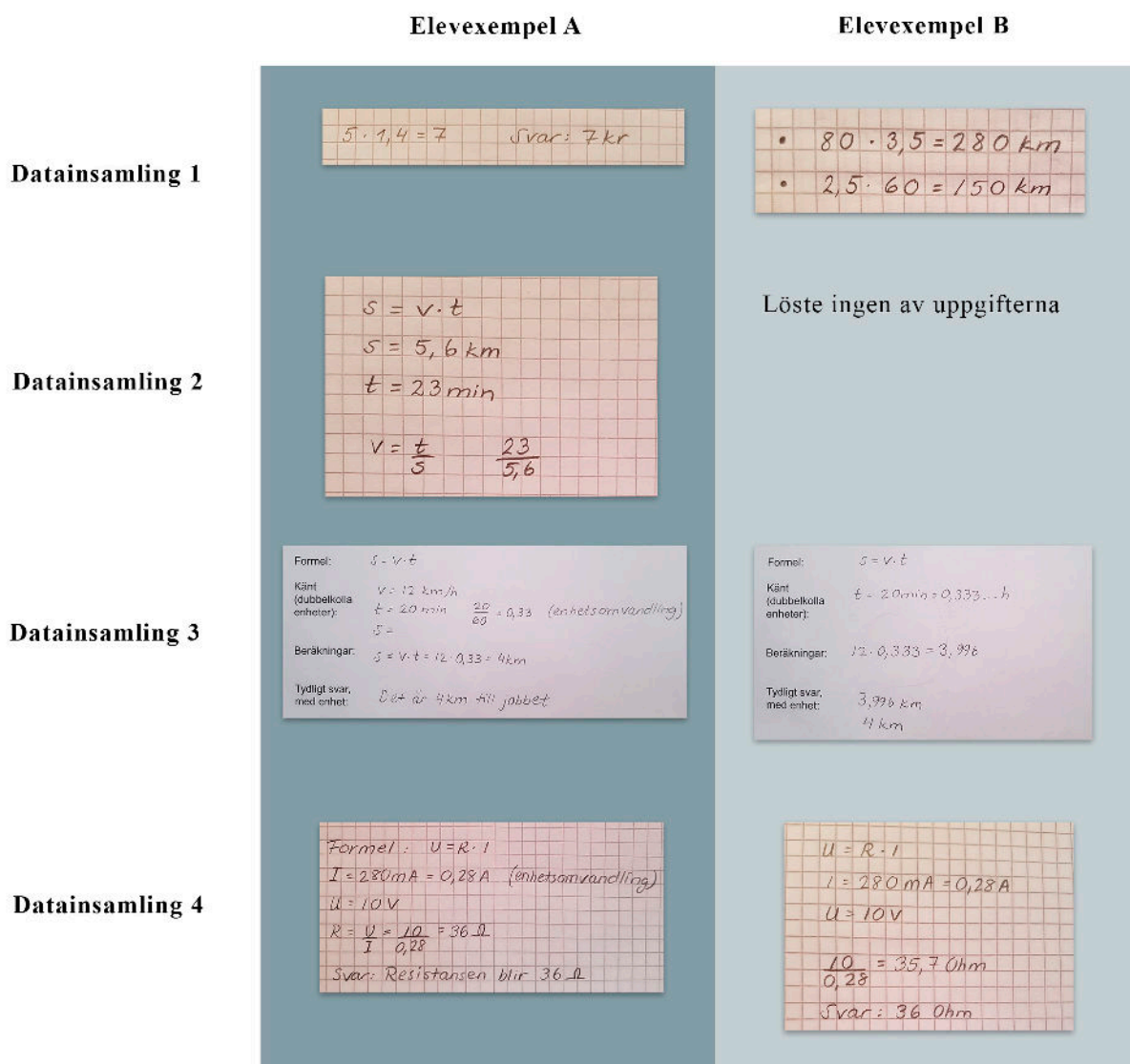
tat framträder då alla elevers lösningar sammanfattades med hjälp av en tabell där en sammanräkning gjordes av hur många elever som har utfört vardera steg från stödstrukturen, se Tabell 2.

- ★ **Steg 1: Skriv upp formeln** bröts ner i tre delsteg – “anger formeln”, “namnger formeln” och “visar omvandlad formel”.
- ★ **Steg 2: Skriv upp vad du vet** och **Steg 3: Vid behov, omvandla så du har korrekta enheter**, bröts ner till tillsammans tre delsteg – “anger alla kända storheter”, “har med enheter” och “omvandlar enheter korrekt”.

- ★ **Steg 4: Genomför dina beräkningar** bröts ned i fem delsteg: “sätter in i omvandlad formel”, “sätter in i ursprungsformel”, “korrekt svar i siffror”, “korrekt enhet”, “rimlig enhetsomvandlad enhet”.

De gråmarkerade rutorna innebär att den aspekten inte är aktuell i uppgiften.

FIGUR 6: TVÅ ELEVERS PROGRESSION GENOM AKTIONEN.



TABELL 2: RESULTATSAMMANSTÄLLNING UTIFRÅN STÖDSTRUKTURENS STEGVISA ANSATS. DE GRÅMARKERADE RUTORNA INNEBÄR ATT DEN ASPEKTEN INTE ÄR AKTUELLT I UPPGIFTEN.

| | | Steg 1: Skriver upp formeln | | | Steg 2-3: Anger känt | | | Steg 4: Genomför beräkningar | | | | |
|-----------------|-----------|-----------------------------|-----------------|------------------------|----------------------------|-----------------|---------------------------|------------------------------|-----------------------------|------------------------|---------------|------------------------------|
| | | Anger formeln | Namnger formeln | Visar omvandlad formel | Anger alla kända storheter | Har med enheter | Omvandlar enheter korrekt | Sätter in i omvandlad formel | Sätter in i ursprungsformel | Korrekt svar i siffror | Korrekt enhet | Rimlig enhetsomvandlad enhet |
| Datainsamling 1 | Uppgift 1 | | | | | 2 | | 2 | 2 | 4 | 4 | |
| | Uppgift 2 | | | | | | | 2 | 7 | 7 | 5 | |
| | Uppgift 3 | | | | | | | 2 | 5 | 6 | 3 | |
| Datainsamling 2 | Uppgift 1 | 2 | | | 2 | 2 | | 2 | 1 | | | |
| | Uppgift 2 | 1 | | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | | | |
| Datainsamling 3 | Uppgift 1 | 8 | | | 8 | 8 | 7 | | 8 | 8 | 8 | |
| | Uppgift 2 | 7 | | 4 | 7 | 7 | 4 | 5 | | 5 | 2 | 1 |
| Datainsamling 4 | Uppgift 1 | 6 | | 4 | 8 | 7 | 6 | 8 | | 8 | 7 | 6 |
| | Uppgift 2 | 7 | 1 | 3 | 7 | 6 | 5 | 6 | | 5 | 6 | |

Det syns tydligt i Tabell 2 att vid Datainsamling 1 presenterar inte eleverna sina formler och ingående storheter, medan många trots det räknade ut ett korrekt svar i uppgifterna. Vid Datainsamling 2 är det ett par elever som gör bättre ansatser till lösningar och anger formler och ingående storheter, men här är det ingen som klarar av att lösa uppgiften fullt ut på grund av misstaget att de saknade tillgång till miniräknare. Även om eleverna hade fått viss genomgång

av hur stödstrukturen kan användas blev det tydligt att det inte var tillräckligt för att de skulle klara av att använda den på egen hand. Vid Datainsamling 3 och 4 är det fler elever som klarar av att följa strukturen – mellan sex och åtta av de åtta utvalda eleverna anger korrekt formel, anger kända storheter, har med enheter och gör en korrekt beräkning med hjälp av formelhantering.

DISKUSSION

DATAINSAMLING 2 VISAR en förbättring i relation till Datainsamling 1 i och med att ett par elever tydligare kommunicerar sina lösningar. De anger såväl formel som ingående storheter. Det är dock fortfarande uppenbart att de flesta eleverna inte nyttjar stödstrukturen och inte har förbättrat sin förmåga att kommunicera sina resonemang. Detta kan bero på att eleverna, trots att de fått undervisning om hur stödstrukturen kan användas, inte har lyckats göra kunskapen till sin egen då de fått för lite tid för att öva på att använda stödstrukturen.

Det var efter Datainsamling 2 som jag mer aktivt började undervisa om hur stödstrukturen kunde användas och det var också nu eleverna fick tillgång till mallar för att skriva sina lösningar i. Det poängterades också ett tydligare fokus på att det nu var strukturen och kommunikationen av lösningen som var det viktigaste. När undervisningen baseras på stöttning i form av stödstrukturen, en mall att arbeta i och tydliga genomgångar med hjälp av exempel på tavlan har det hjälpt eleverna att utveckla sin förmåga att i skrift kommunicera sina resonemang.

Syftet att undersöka om användningen av stödstrukturer i undervisningen kan förbättra elevernas förmåga att kommunicera sina skriftliga resonemang har därmed uppnåtts och frågeställningen fått ett svar: Eleverna arbetar mer systematiskt och strukturerat och verkar också förstå vikten av att redovisa sina lösningar på detta sätt. Stödstrukturen verkar därmed hjälpa eleverna att kommunicera sina resonemang på ett systematiskt och strukturerat sätt. Det visade sig att enbart tillgång till stödstrukturen inte hjälpte alla elever, utan de flesta behövde som komplement även få undervisning om hur den skulle användas. Även om en del elever verkar finna det besvärligt och arbetsamt

är det många som arbetar enligt denna struktur även när de inte ska lämna in uppgifter för bedömning eller datainsamling. Det kan tolkas som att eleverna börjar förstå vikten av att visa sina resonemang.

De slutsatser som dras efter genomförandet av denna aktion stämmer överens med de större forskningsstudier som genomförts och presenterats i inledningen. Att erbjuda eleverna en stödstruktur av detta slag och att lägga ett par lektioner på att fokusera på dess användande kan inte på något vis ses som ett merjobb, utan snarare tvärtom. Det här kan ses som strukturerad undervisning och att utöka elevernas verktyglåda. Undervisningen handlade om att eleverna skulle lära sig arbeta enligt stödstrukturen, det kan ses som ytlärande. I förlängningen är förhoppningen att djuplärande uppnås, att eleverna själva tar till de metoder de fått lära sig, när de löser problem i andra sammanhang. Jag har efter aktionens genomförande uppmärksammat att många elever även senare under kursens gång har kunnat ta sig an problemlösningsuppgifter på ett systematiskt sätt eftersom de har en metod att luta sig mot. Eleverna frågar ofta om de ska arbeta enligt stödstrukturen, och de elever som ibland har glömt sina egna exemplar hemma ber att få låna ett under lektionstid. Detta tolkas som att eleverna är positivt inställda till att använda stödstrukturen och det visar att de själva förstår nyttan av det. Det kunde vara intressant att vidare beforska elevernas upplevelser av stödstrukturen och hur de anser att stödstrukturen stöttat deras lärande i matematik. En idé för vidare undersökningar är att i slutet av denna kurs genomföra elevintervjuer i denna fråga. Självklart vore det också intressant att utöka svårighetsnivån på de problem som eleverna får träna på.

REFERENSLISTA

- ★ Alter, P. (2012). Helping Students With Emotional and Behavioral Disorders Solve Mathematics Word Problems. I *Prevent School Failure: Alternative Education for Children and Youth* 2012, 56:1, 55-64.
- ★ Anghileri, J. (2006). Scaffolding practices that enhance mathematics learning. I *Journal on Mathematics Teacher Education* 2006, Vol 9: 33-52.
- ★ Bentley och Bentley (2016). *Milstolpar och fallgropar i matematikinläringen*. Stockholm: Liber.
- ★ Hattie, Fisher och Frey (2017). *Framgångsrik undervisning i matematik – en praktisk handbok*. Stockholm: Natur & Kultur.
- ★ Pfannenstiel, K.H., Pedrotty Bryant, D., Bryant, B.R., Porterfield, J.A. (2015). Cognitive Strategy Instruction for Teaching Word Problems to Primary-Level Struggling Students. I *Intervention in School and Clinic* 2015, Vol. 50(5) 291-296.
- ★ Rönnerman, K. (2012). *Aktionsforskning i praktiken: förskola och skola på vetenskaplig grund*. Lund: Studentlitteratur.
- ★ Skolverket (2017). *Ämne – Matematik*. <https://www.skolverket.se/undervisning/gymnasieskolan/laroplan-program-och-amnen-i-gymnasieskolan/gymnasieprogrammen/amne?url=1530314731%2Fsyllabuscw%2Fjsp%2Fsubject.htm%3FsubjectCode%3DMAT%26tos%3Dgy&sv.url=12.5dfee44715d35a5cdfa92a3> (Hämtad 2020-01-13)
- ★ Tängdén, M. & Wallner, S. (2003). Elever skriver om matematik. I *Nämnan* nr 4. 2003. s.43-46.

BILAGA

DATAINSAMLING 1

Uppgift som löses i Figur 2a samt Figur 6 – elevexempel B.

Hur långt kommer

- en bil på 3,5 timmar om hastigheten är 80 km/h*
- en sängångare på en timme om den på marken har hastigheten 2,5 m/minut?*

Uppgift som löses i Figur 2b

Med flöde (flödehastighet) menas den volym vätska som passerar ett rör per tidsenhet, t.ex. 100 liter/min. Flödet Q kan beräknas på två sätt:

$Q=V/t$, där V är volymen som rinner genom röret på tiden t .

$Q=A \cdot v$, där A är rörets tvärsnittsarea och v är vätskans hastighet.

- Bestäm V om $Q=0,6\text{l/s}$ och $t=20\text{s}$.*
- Bestäm t då $V=120\text{l}$ och $Q=4\text{liter/s}$.*

Uppgift som löses i Figur 6 – elevexempel A.

En ugn på 2500W står på under 2h. Vad kostar det om elpriset är 1,40kr/kWh?

DATAINSAMLING 2

Uppgift som löses i Figur 3a

Michael har ett motstånd med resistansen 1,5 k Ω . Beräkna strömstyrkan som går genom motståndet om spänningen är 230 V.

Ohms lag säger att $U=R \cdot I$.

Uppgift som löses i Figur 3b samt Figur 6 – elevexempel A.

Maria cyklar till jobbet på 23 minuter. Sträckan är 5,6 km. Vilken hastighet håller Maria? (Sambandet säger att $s=v \cdot t$).

DATAINSAMLING 3

Uppgift som löses i Figur 4a samt Figur 6 – elevexempel A och B.

När Maria cyklar till jobbet cyklar hon i hastigheten 12

km/h. Hon kommer fram till jobbet efter 20 minuter. Hur långt har Maria till jobbet?

Använd dig av hastighetsformeln: $s=v \cdot t$

Uppgift som löses i Figur 4b

Använd energisambandet: $E=P \cdot t$, där E är energin (Wh), P är effekten (W) och t är tiden (h).

Vilken är effekten för en apparat som förbrukar 1,6 kWh under 20 minuter?

DATAINSAMLING 4

Uppgift som löses i Figur 5a-b samt Figur 6 – elev-exempel A och B.

Strömmen genom en krets är 280mA och spänningen är 10V. Beräkna resistansen.



SKOLPORTEN