

SKOLPORTENS PUBLIKATIONSSERIE FÖR
DOKUMENTERAT UTVECKLINGSARBETE

HÖJDA RESULTAT I MATEMATIK STRUKTURERAD PROBLEMLÖSNING UTIFRÅN JAPANSK MODELL

FÖRFATTARE:

Ann-Sofie Berg
Maria Lindholm



SKOLPORTEN

UTVECKLA SKOLAN

5/2020

SAMMANFATTNING

DENNA ARTIKEL HANDLAR om ett matematikprojekt som vi genomfört på Saltsjöbadens Samskola i en klass i årskurs 5. Syftet med projektet har varit att använda en tydlig och strukturerad modell i matematikundervisningen för att se vilka resultat eleverna kan uppnå i problemlösning.

Vi har genomfört för- och eftertest i klassen. I eftertestet kan vi tydligt se en förbättring av elevernas resultat.

Många av eleverna uttrycker att de lärt sig mer och att det är roligare med matematik sedan vi införde modellen. Vi lärare har sett stor skillnad i eleverna förståelse, engagemang och inställning till matematikämnet.

Ann-Sofie Berg är lärare i matematik och utvecklingsledare och arbetar på Saltsjöbadens samskola i Nacka. E-post: ann-sofie.berg@nacka.se

Maria Lindholm är lärare i matematik och utvecklingsledare och arbetar på Saltsjöbadens samskola i Nacka. E-post: maria.lindholm@nacka.se

Denna artikel har den 29 april 2020 accepterats för publicering i Skolportens artikelserie för dokumenterat utvecklingsarbete.

Fri kopieringsrätt i ickekommersiellt syfte för kompetensutveckling eller undervisning i skolan och förskolan under förutsättning att författarens namn och artikelns titel anges, samt källa: Skolportens artikelserie. I övrigt gäller copyright för författaren och Skolporten AB gemensamt.

Denna artikel är publicerad i Skolportens serie för dokumenterat utvecklingsarbete, "Utveckla skolan": www.skolporten.se/forskning/utveckling/

Aktuella Författaranvisningar & Skrivregler:
www.skolporten.se/forskning/skolutveckling/skolportens-utvecklingsartiklar/

Vill du också skriva en utvecklingsartikel? Mejla till redaktionen@skolporten.se

INNEHÅLL

INLEDNING	7
PISA och TIMSS	7
Syfte och frågeställning	8
 METOD OCH GENOMFÖRANDE	9
5-stegsmodellen	9
En typisk matematiklektion	10
För- och eftertest	10
Resultat förtest–eftertest	11
Elevutvärdering	11
 RESULTAT OCH DISKUSSION	13
Resultat av förtest och eftertest	13
Från instrumentell förståelse till relationell förståelse	13
Muntlig utvärdering	14
 REFERENSLISTA	15

INLEDNING

VI, MED VI anses fortsättningsvis artikelförfattarna, har under läsåret 2018/2019 genomfört ett projekt inom problemlösning i matematik. Under läsåret läste vi en forskningskurs på avancerad nivå om 7,5 poäng ”Forskande lärare – en skola på vetenskaplig grund för full måluppfyllelse”, i samarbete med Luleå tekniska högskola. Vi forskade i vår egen undervisning och ämnesdidaktik. Vår handledare var professor Tomas Kroksmark. Vårt forskningsprojekt resulterade i en strukturerad modell som kan användas vid problemlösning. Vi inspirerades framför allt av Japan där eleverna har mycket goda resultat i just problemlösning.

I denna artikel beskriver vi genomförandet, elevernas resultat i problemlösning samt inställning till och upplevelsen av ämnet matematik, efter användningen av denna modell.

I Lgr11 är problemlösning framskriven både som en förmåga och som ett centralt innehåll:

Undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar kunskaper för att kunna formulera och lösa problem samt reflektera över och värdera valda strategier, metoder, modeller och resultat. (Skolverket, 2016b, s. 54)

PISA OCH TIMSS

DET HAR GENOMFÖRTS flertalet internationella undersökningar gällande elevers matematikprestationer och matematikundervisning i olika länder. PISA (Programme for International Student Assessment) och TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) är de största internationella kunskapsmätningarna.

I början av 2000-talet låg Sveriges resultat över OECD-snittet i matematik. Vid PISA-mätningen 2012 hade svenska elevers resultat försämrats kraftigt jämfört med tre år tidigare. Inget annat av de 33 OECD-länderna hade en lika stor resultatförsämring som Sverige. 2015 förbättrades Sveriges resultat något och ligger nu på OECD-genomsnittet (Skolverket 2016a).

Vid TIMSS-undersökningen 2015 hade resultaten för svenska elever förbättrats, men låg dock fortfarande under genomsnittet för EU- eller OECD-länder. I topp låg Singapore, Hongkong, Sydkorea, Taiwan och Japan (ibid.).

Ridderlind och Thisted skriver om resultatet för

Ämnesprovet åk 6 2014 ”Det vanligaste för elever med lägre provbetyg är att de försöker påbörja en lösning även om de inte lyckas slutföra den. De problemlösningssuppgifter där elever med lägre provbetyg lyckas bäst är uppgifter som kräver knapphändig eller ingen redovisning alls.” (Ridderlind & Thistedt 2015)

Vi känner mycket väl igen deras beskrivning och kan precis som de skriver se hur elever med de lägre provbetygen har svårt att använda olika strategier och metoder för att lösa problem. Detta är något som elever behöver få hjälp med och öva på kontinuerligt.

Barton (2018) beskriver hur han förändrat sin syn på undervisningen efter sitt möte med kognitionsforskningen och hur den fått honom att ompröva sin undervisning, anpassa den efter hur vi faktiskt lär oss och hur vårt minne fungerar. Han menar att problemlösning inte är en metod som passar för inläring, åtminstone inte för nybörjare. ”Problemlösning måste komma i slutet av processen, efter att ha tillägnat sig de nödvändiga grundkunskaperna. När grundkunskaperna väl har automatiserats finns det kapacitet

över i arbetsminnet till att behandla de övergripande aspekterna av ett problem, och därmed kan eleverna dra lärdom av sina erfarenheter.” (Barton 2018, s. 285)

Hur skapar vi då en undervisning där varje elev utvecklas och får en utmaning i problemlösning? Att utveckla och förbättra vår och andras matematikundervisning för att nå en ännu högre måluppfyllelse är för oss en ständigt pågående process. Under våra år som lärare och även vid auskultation och handledning har vi upplevt att problemlösning inte alltid får den centrala roll och det utrymme som den ska ha enligt läroplanen. Många gånger är lärarna styrda av läromedlet och dess upplägg samt att problemlösningen utgör en separat aktivitet.

Många av oss matematiklärare använder sig av den så kallade EPA-modellen. EPA-modellen, en modell där eleverna arbetar enskilt – i par – alla, slog igenom på bred front genom Matematiklyftet. Detta är en modell som gör eleverna aktiva på olika sätt, men vi har upplevt att det ändå saknas något i den modellen för att nå en djupare förståelse hos eleverna. Vi har sedan tidigare inspirerats av de matematiskt framgångsrika asiatiska länderna. Sedan införandet av Lgr11 har vi arbetat aktivt med den visuella metoden bar modelling, som har sitt ursprung i Japan, men som även går under namnet ”Singapore-modellen”. Rosseland, M. (2011). *Inspiration och variation inom matematikundervisningen* [Föreläsning]. Skuru skola Aula: 31.10.2011

SYFTE OCH FRÅGESTÄLLNING

SYFTET MED DENNA artikel är att beskriva hur vi har arbetat med våra elever enligt en strukturerad modell för att förbättra resultaten i problemlösning. Vi vill även försöka inspirera andra matematiklärare att förändra sitt sätt att undervisa i problemlösning samt att använda vår modell som ett verktyg.

Följande frågeställning är utgångspunkten i vårt

arbete: Går det att förbättra elevernas resultat i problemlösning i en specifik årskurs, genom att använda vår strukturerade 5-stegsmodell?

METOD OCH GENOMFÖRANDE

PÅ SAMSKOLAN HAR vi, som tidigare nämnts genomfört kursen ”Forskande lärare – en skola på vetenskaplig grund för full måluppfyllelse” i samarbete med Luleå tekniska universitet. En klassrumsnära forskning där vi själva fick möjlighet att välja område och utveckla den egna didaktiken.

Genom att studera litteratur och internationella undersökningar som PISA och TIMSS försökte vi finna orsaker till varför japanska elever lyckas mycket bättre i problemlösning jämfört med svenska (Berg & Lindholm 2019).

När vi läste Shimizu (2013) fick vi en beskrivning hur japanska lärare går tillväga när de ska introducera ett nytt begrepp eller en ny procedur. De formar ofta sina lektioner kring ett fåtal utmanande problem som eleverna ska lösa. Den japanska modellen kan sammanfattas i fem punkter:

1. Presentation av ett gemensamt problem
2. Eleverna arbetar enskilt alternativt i par/mindre grupp
3. Olika lösningsmetoder diskuteras i helklass
4. Summering
5. Eleverna övar mer eller fördjupar sig

Vi har även inspirerats av Bartons (2018) syn på problemlösning och hans beskrivning av hur vi faktiskt lär oss och hur vårt minne fungerar, där vi framför allt inspirerades av vikten av summering av lektionens innehåll. Utifrån vår genomförda forskning, arbetade vi fram en modifierad och strukturerad modell i fem steg som vi har använt oss av i detta projekt.

5-STEGSMODELLEN

EN MODIFIERAD STRUKTURERAD modell i fem steg där vi lägger särskild vikt vid summeringen och sammanfattningen.

1. **Själv** – initialt arbetar eleverna enskilt för att varje elev ska ta sig an problemet och tänka själva.
2. **Par eller i grupp** – eleverna visar sina påbörjade eller färdiga lösningar för varandra. De resonerar och förklarar hur de har tänkt alternativt försöker lösa problemet gemensamt. Läraren bör under

tiden gå runt i klassrummet och lyssna och observera elevernas olika metoder och strategier.

3. **Alla** – diskuterar de olika lösningar som framkommit. Eleverna fokuserar på klassens olika lösningar och tittar på likheter och skillnader mellan lösningarna. Vi anser att det är viktigt under detta steg att läraren inte styr eleverna att använda en viss metod, utan att eleverna själva uppmärksammar vilken metod som är mest effektiv.

4. **Fördjupning** – i det här steget arbetar eleverna enskilt för att befästa sina kunskaper ytterligare alternativt arbetar med fördjupning.
5. **Summering** – görs tillsammans i helklass. Eleverna skriver en sammanfattning av lektionens innehåll, t.ex. om vi kommit fram till en gemensam regel. Summeringen görs i en summeringsbok som varje elev har.

EN TYPISK MATEMATIKLEKTION

UNDER PROJEKTET HAR vi vid två lektionstillfällen i veckan varit två lärare i klassrummet. Varje lektion har vi introducerat med en anchor task. En anchor task är en noga utvald startuppgift, ett problem, som vi har gått igenom tillsammans med klassen. Därefter har vi arbetat med steg 1–3 i vår modell, eleverna arbetar enskilt, i par eller grupp och därefter har hela klassen tillsammans tittat på likheter och skillnader i lösningar.

Eleverna har ofta använt sig av mini-whiteboards när de har redovisat sina lösningar.

Vi har under tiden eleverna har arbetat cirkulerat i klassrummet och vid behov givit små tips för att eleverna ska komma framåt i sina resonemang. Vi har även gjort minnesanteckningar om vad varje elev be-

höver utveckla, som vi sedan har arbetat vidare med. Eleverna har även fått öva på att förklara andra elevers lösningar, alltså inte bara återberätta.

I steg 4 har vi antingen arbetat vidare med fler problem med stegvis ökad svårighetsgrad alternativt befäst eller fördjupat kunskaperna. Detta beroende på elevernas förkunskaper och Lösningstrategier vid den gemensamma startuppgiften.

Slutligen kommer steg 5, summeringen som vi har lagt särskild vikt vid. Förutom att vi kan tydliggöra innehållet och uppmärksamma eventuella missförstånd kan eleverna gå tillbaka i sin summeringsbok i efterhand och repetera. I det här steget visar/tipsar vi om den mest effektiva och ändamålsenliga lösningen om den ännu ej lyfts fram av eleverna.

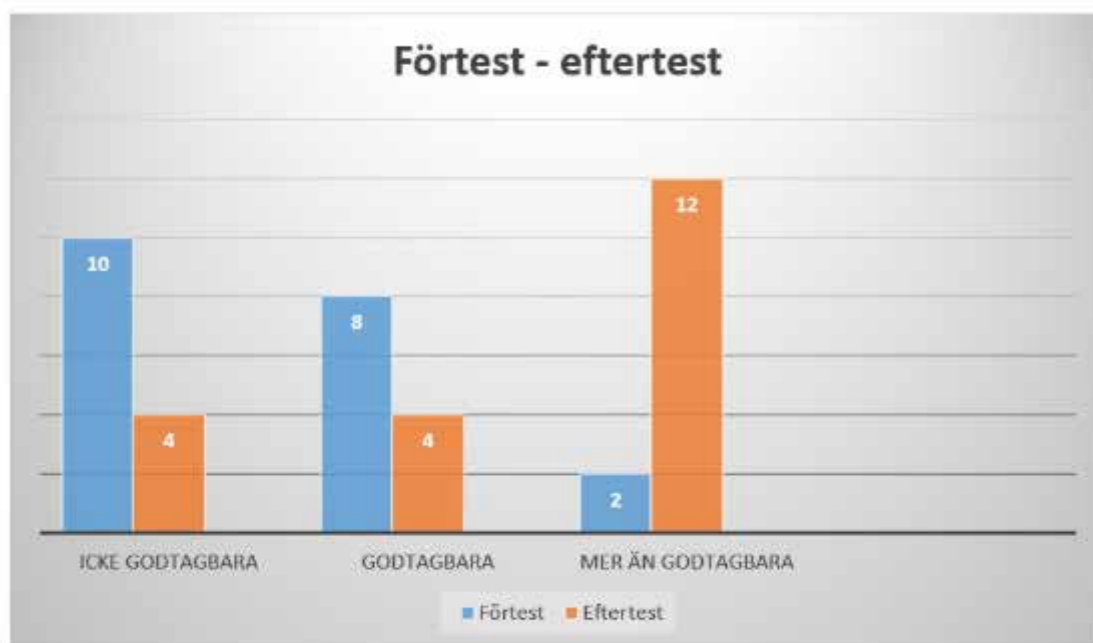
FÖR- OCH EFTERTEST

FÖR ATT SE vilka resultat vår undervisningsmodell gett valde vi att göra ett förtest i september och ett eftertest i mars. Vi valde att bedöma elevernas lösningar utifrån de tre nivåerna icke godtagbara, godtagbara och mer än godtagbara. Eleverna fick svara på samma frågeställning vid både för- och eftertest.

Problem: Det tar tre timmar för Kalle att måla en vägg. För Lisa skulle det ta sex timmar att måla samma vägg. Hur lång tid tar det om de målar väggen tillsammans, samtidigt?

Redovisa din lösning noga. Lös gärna problemet på flera sätt.

RESULTAT FÖRTEST-EFTERTEST



ELEVUTVÄRDERING

EFTER AVSLUTAT LÄSÅR utvärderades modellen och arbetssättet tillsammans med eleverna. Utvärderingen skedde muntligt och eleverna fick berätta om sina upplevelser av modellen och deras förbättrade resultat.

Vilka var de största skillnaderna gentemot den undervisning de haft innan? Vill de fortsätta arbeta utifrån modellen och har de några förslag på hur man kan utveckla metoden ytterligare?

RESULTAT OCH DISKUSSION

RESULTAT AV FÖRTEST OCH EFTERTEST

VI GENOMFÖRDE FÖRTESTET i september och eftertestet i mars i en klass i årskurs 5. Resultatet blev följande: de elever som fick "Icke godtagbara kunskaper" på förtestet minskade från tio elever till fyra elever på eftertestet. De elever som fick "Godtagbara kunskaper" minskade från åtta elever till fyra elever på eftertestet. De elever som fick "Mer än godtagbara kunskaper" ökade från två elever till tolv elever på eftertestet.

Vi kan se en tydlig förbättring i elevernas förmåga att lösa problem. Den tydligaste skillnaden är att antalet elever som på eftertestet visade "mer än godtagbara kunskaper" har ökat markant. Även antalet elever som visade "icke godtagbara kunskaper" sjönk.

Att eleverna får en tydlig och strukturerad modell att följa anser vi gynnar alla elever.

Vi har lagt stor vikt vid summeringen där eleverna eller vi har visat den mest effektiva och ändamålsenliga lösningen. De elever som presterar på nivån "icke godtagbara" har som Ridderlind och Thisted skriver(2015) svårt att visa hur de löser en uppgift och lyckas bäst med uppgifter som kräver knapphändig

eller ingen redovisning alls. Genom att vi lagt stort fokus på hur man löser och redovisar en uppgift på bästa sätt, får dessa elever en möjlighet att öva på just detta moment och eftertestet visar att de förbättrat just detta.

I början av projektet gjordes summeringen muntligt tillsammans i klassen. Men efter hand valde vi att gå över till att summera lektionen skriftligt, i en särskild summeringsbok, till en början gemensamt. Därefter lät vi eleverna själva börja formulera det viktigaste av lektionens innehåll, om vi t.ex. hade kommit fram till en regel eller en Lösningstrategi. Detta för att öva eleverna i att reflektera och sätta ord på vad de faktiskt har lärt sig. Summeringarna blir en slags uppslagsbok som eleverna sedan kan gå tillbaka till och repetera och påminnas om hur man gör. För att eleverna lösningar ska vara på nivån "mer än godtagbara" krävs det att redovisningarna är utvecklade och att eleverna för underbyggda resonemang. Detta är något som flera elever har svårigheter med, men vi kan se en tydlig förbättring i elevernas lösningar i eftertestet.

FRÅN INSTRUMENTELL FÖRSTÅELSE TILL RELATIONELL FÖRSTÅELSE

VAD VI HAR försökt att komma ifrån är det vi upplever som det klassiska sättet att undervisa, genom att först lära ut en metod eller en formel, som sedan eleverna får öva på och nöta in. Vid en instrumentell förståelse

räknar eleverna mekaniskt. De lär sig formler genom att memorera dem och använder dem som genvägar i matematiken. Bara för att eleven löser uppgifterna rätt enligt formlerna så betyder inte det att eleven

förstår formelns verkliga funktion (Skemp 1976). Det fungerar ofta bra på kort sikt, när man arbetar med samma typ av uppgifter som man löser på ett visst sätt. Problemet med den typen av undervisning är att det inte leder till den djupare förståelsen av matematik. Det visar sig ofta när eleverna sedan får arbeta med blandade uppgifter, t.ex. vid nationella prov, vilket blir svårt om de bara har lärt sig regler utantill och inte har en djupare förståelse. Vid relationell förståelse vet eleven vad den gör och varför den gör det.

De får en förståelse om varför metoden fungerar och hur metoderna kan anpassas efter uppgiften.

Vi har upplevt att elever många gånger bara vill veta hur de ska göra och om svaret är rätt, men inte varför. Det är en klar omställning för eleverna, när vi lärare inte i första hand är intresserade av svaret, utan elevernas matematiska tankar och förståelse. Detta ledde initialt till frustration hos eleverna, men vid elevutvärderingarna kunde vi tydligt se att eleverna successivt vände sig vid detta arbetssätt.

MUNTLLIG UTVÄRDERING

ELEVERNA FICK SVARA på frågor om hur de upplevt matematikundervisningen under året och om de ville fortsätta arbeta på detta sätt. Alla elever var eniga om att de vill fortsätta arbeta utifrån vår 5-stegsmodell. De förstod inte syftet med att gemensamt visa hur man har löst uppgifterna, titta på likheter och skillnader i effektiva lösningar. Vår tanke var att flytta fokus från endast rätt svar till ändamålsenliga Lösningsstrategier. Eleverna uttryckte även vid utvärderingen att de uppskattar och vill lägga ännu mer fokus på den skriftliga summeringen. De tycker att det är en bra repetition och att de kan gå tillbaka i efterhand och se på olika strategier, metoder och matematiska regler. Många av eleverna uttryckte att de lär sig mer nu och att det är roligare med matematik sedan vi införde detta arbetssätt.

Vi anser att vi lyckats med vårt projekt och intentionen att förbättra elevernas resultat i problemlösning. Skillnaden gentemot den s.k. EPA-modellen

är att eleverna skapar sig en djupare förståelse. Detta beror på att vi har lagt fokus på jämförelser av Lösningsmetoder och summering. Genom att använda vår modell så skapas förutsättningar för att använda framtidens förmågor enligt 21st century skills – framtidskompetenser. Definitionen av framtidens kompetenser kommer från University of Melbourne i Australien och forskning kring 21st century skills. De kompetenser som brukar framhållas är kreativitet, kommunikation, problemlösning och samarbetsförmåga/kollaborativt lärande (Care & Griffin 2014). Vår förhoppning är att vår 5-stegsmodell kan inspirera andra lärare och höja samt fördjupa elevernas kunskaper och förståelse i matematik.

REFERENSLISTA

- ★ Barton, C. (2018). *Hjärnan i matematikundervisningen: erfarenhet, vetenskap, klassrumspraktik*. Stockholm: Natur & Kultur.
- ★ Berg, A-S. & Lindholm, M. (2019). Vilka resultat kan strukturerad problemlösning ge?
I Wikman, B. och Kroksmark, T. (red.) *Forskande lärare*. Lund: Studentlitteratur, ss 241–262.
- ★ Care, E. & Griffin, P. (2014). *Assessment and Teaching of 21st Century Skills*. Dordrecht: Springer.
- ★ Hagland, K. Hedrén, R. & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem*. Stockholm: Liber.
- ★ Hiebert, J & Stigler, J.W. (2009). *The teaching gap – Best Ideas from the World’s Teachers for Improving Education in the Classroom*. New York: Free press.
- ★ Ridderlind, I. & Thisted, M. (2015). Ämnesprovet för årskurs 6. *Nämnaren*, 2015:3.
- ★ Shimizu, Y. (2013). Flera lösningar på ett problem. *Nämnaren*, 2013:4.
- ★ Skemp, R. (1976). *Relational and instrumental understanding*. Warwick: Department of education, University of Warwick.
- ★ Skolverket (2016a). *15-åringars kunskaper i naturvetenskap, läsförståelse och matematik* (Rapport 2016:450). Stockholm: Skolverket.
- ★ Skolverket (2016b). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet*. Stockholm: Skolverket.



SKOLPORTEN